

PROGETTO ERASMUS

ANNO SCOLASTICO 2015-16

LICEO SCIENTIFICO
"LUCIO PICCOLO"
CAPO D'ORLANDO

LEZIONE INTERDISCIPLINARE

FREGI E TASSELLAZIONI

PROF. Salvatore Tullio Randazzo (Docente di Matematica e Fisica)
(Liceo Scientifico "L. Piccolo" Capo d'Orlando)

Traduzione in lingua inglese Prof.ssa Valentina Aglio (Doc. Inglese)
(Liceo Scientifico "L. Piccolo" Capo d'Orlando)



G.H. Hardy, Apologia di
un matematico, 1940

*Il matematico, come il pittore e il poeta, è un
creatore di forme.*

*Se le forme che crea sono più durature delle
loro è perché le sue sono fatte di idee.*

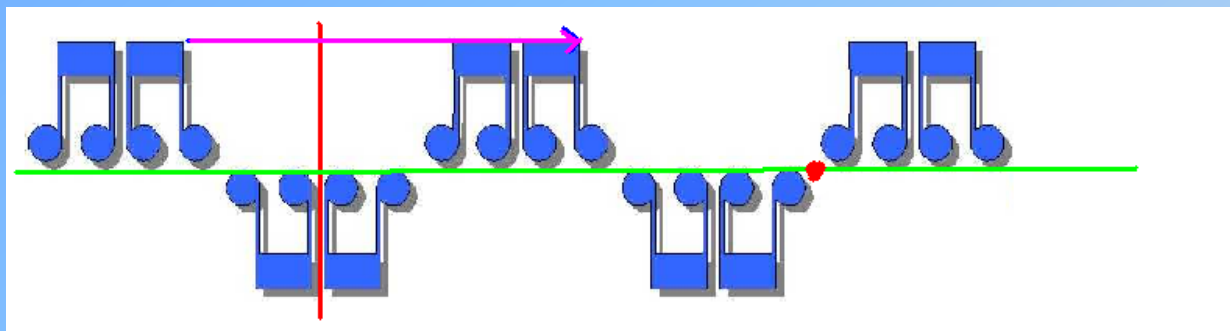
*Il pittore crea forme con i segni ed il colore, il
poeta con le parole...*

*Il matematico invece non ha altro materiale
con cui lavorare se non le idee.*

*Quindi le forme che crea hanno qualche
probabilità di durare più a lungo,
perché le idee si usurano meno delle parole...*

I FREGI

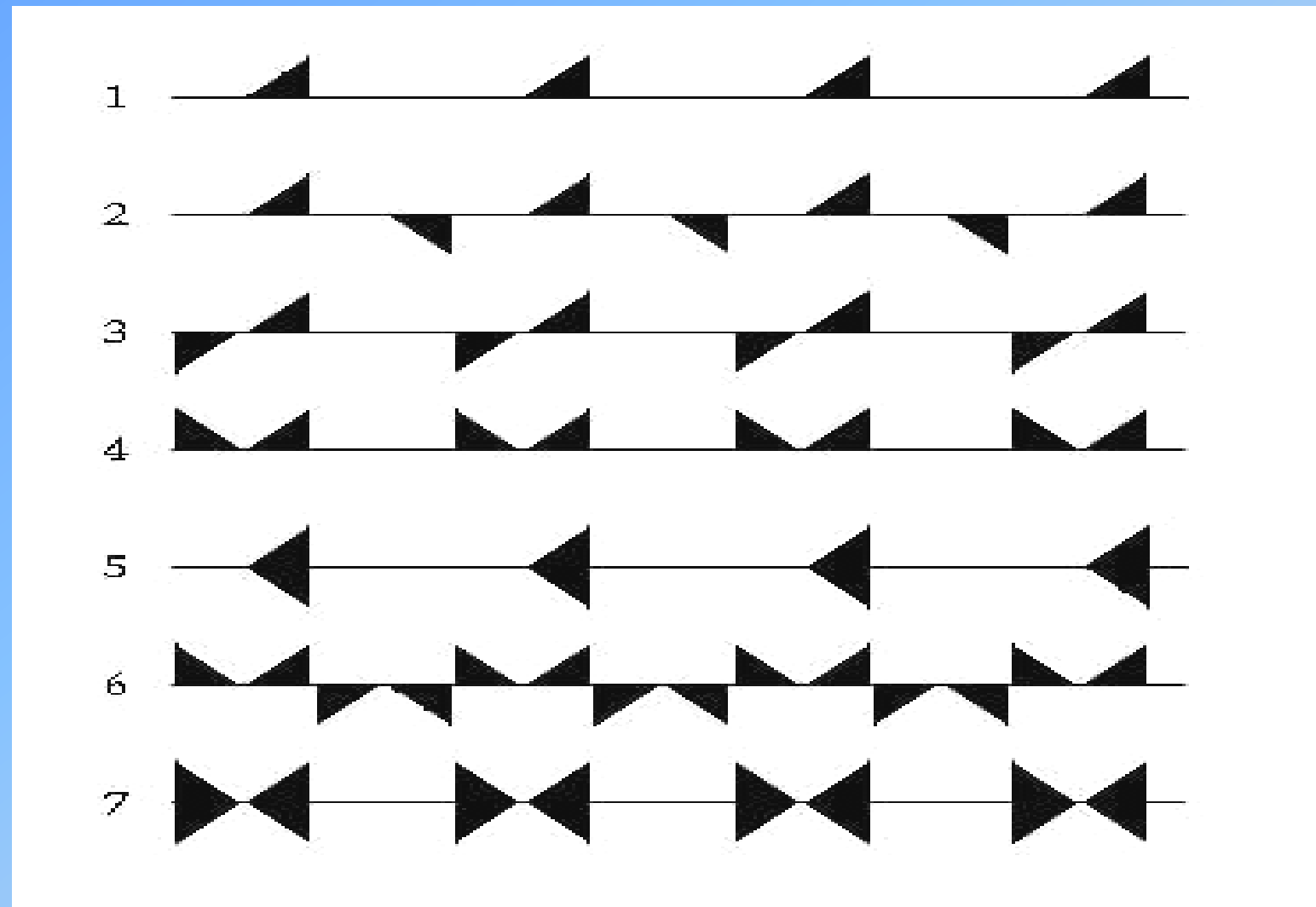
Un fregio è una striscia infinita in cui si ripete un modulo



Sono un gruppo di isometrie che contiene solo una:

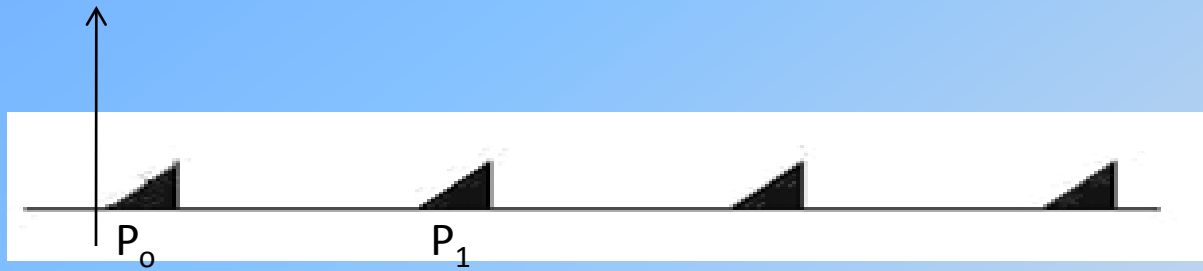
- Traslazione;
- Rotazione;
- Riflessione.

In totale esistono 7 tipi di fregi:



...1° TIPO

1



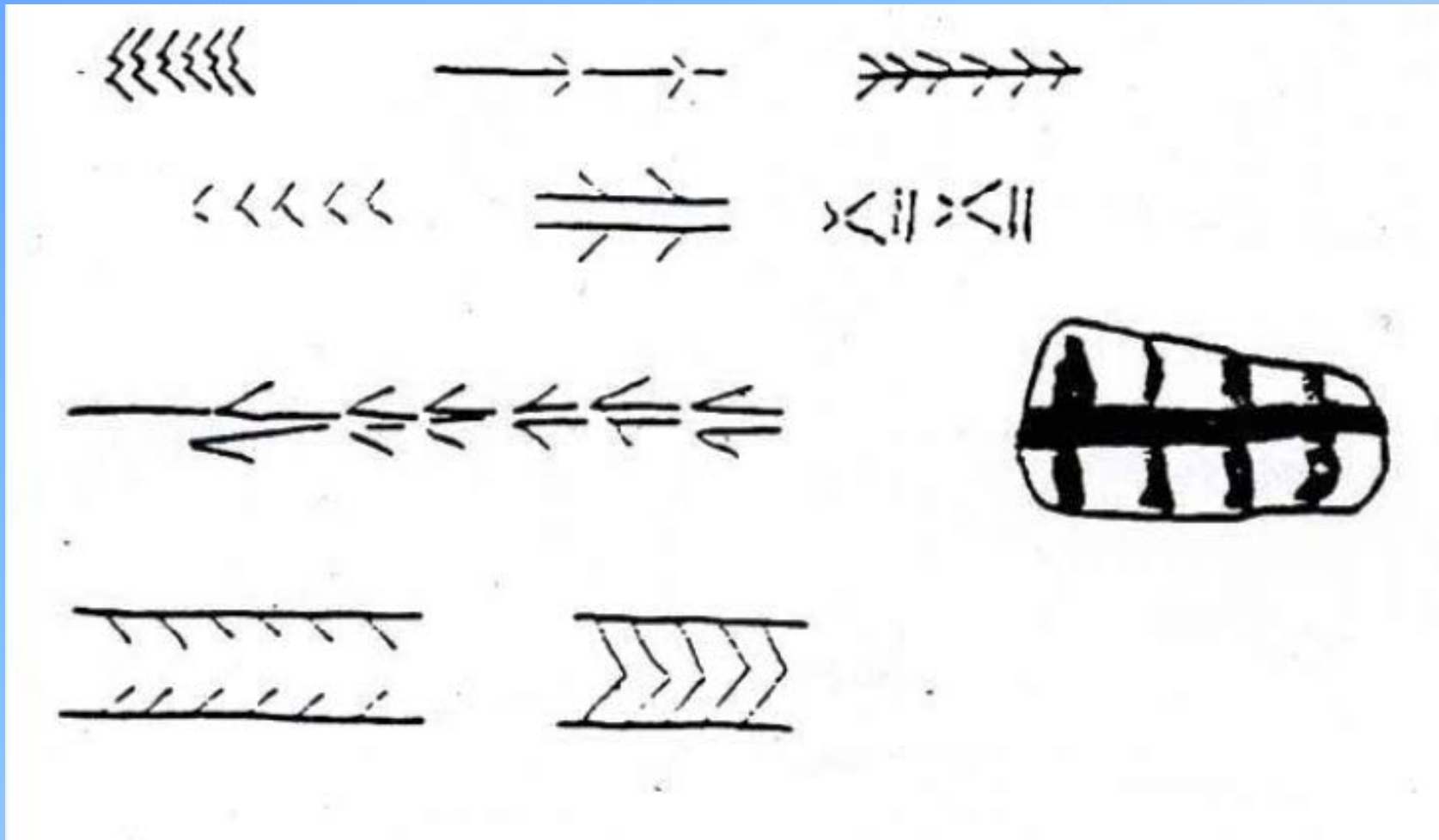
$$\begin{cases} x = x_0 + 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$P_i = P_0 + i \vec{v}$$

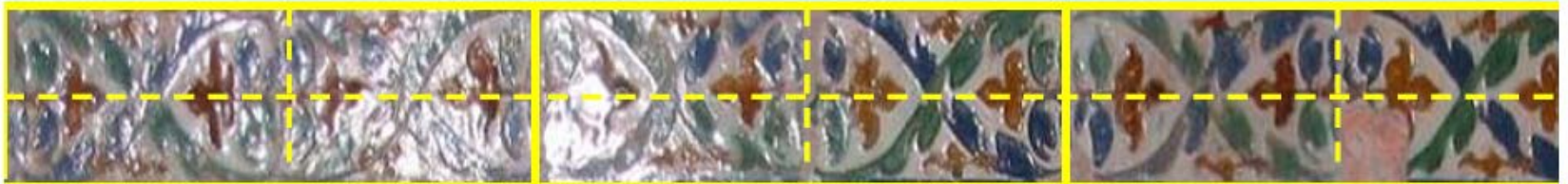
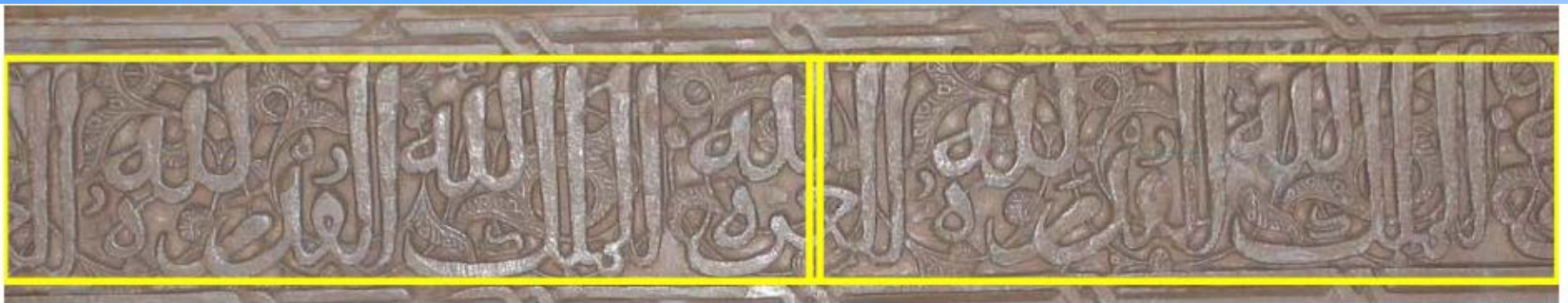
$$i \in \mathbb{Z}$$

$$\vec{v} (1, 0)$$

...Ed ecco alcuni esempi nell'arte!



Paleolitico



Mosaici dell'Alhambra

LE TASSELLAZIONI

Cos'è una tassellazione?

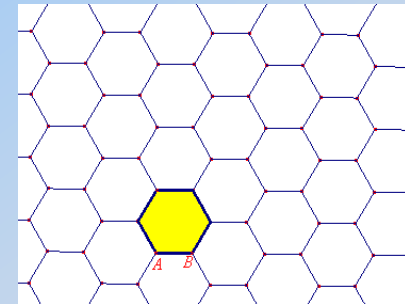
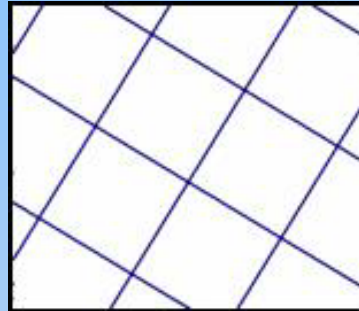
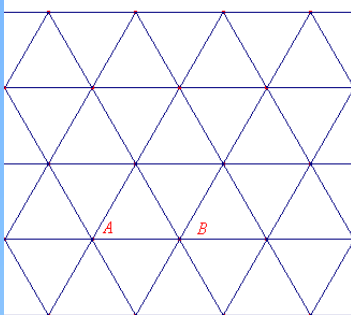
Una tassellazione si ottiene ogni qualvolta una figura viene ripetuta periodicamente senza sovrapposizioni lungo due direzioni non parallele, in modo da ricoprire tutta la superficie del piano.

Un altro modo per definire la tassellazione è piastrellatura.

CLASSIFICAZIONE DELLE TASSELLAZIONI

Tassellazioni regolari

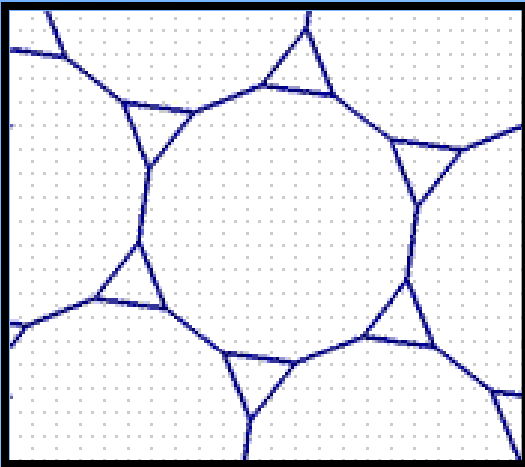
Definiamo “tassellazione regolare” una qualsiasi piastrellatura del piano ottenuto con poligoni regolari che, a due a due, hanno in comune un lato.



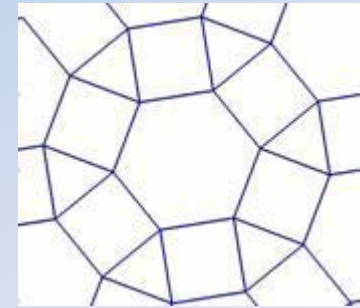
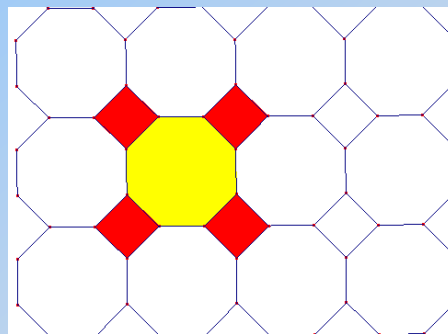
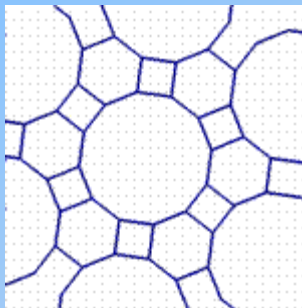
Ci sono solo tre tipi di tassellazioni regolari: quelle costruite con *triangoli equilateri, quadrati ed esagoni regolari*. Questo perché solo in questi tre casi la misura in gradi dell'angolo interno del poligono è un sottomultiplo di 360° . Il pentagono regolare, ad esempio, non tassella interamente il piano poiché possiede angoli di 108° , non sottomultiplo di 360° .

Tassellazioni semiregolari

Le “tassellazioni semiregolari” o “archimedee” sono 8 e rivestono il piano interamente con più poligoni.



La tassellazione mostrata a lato è detta (3,6,3,6) il che significa che ogni vertice è circondato alternativamente da triangoli equilateri ed esagoni regolari.



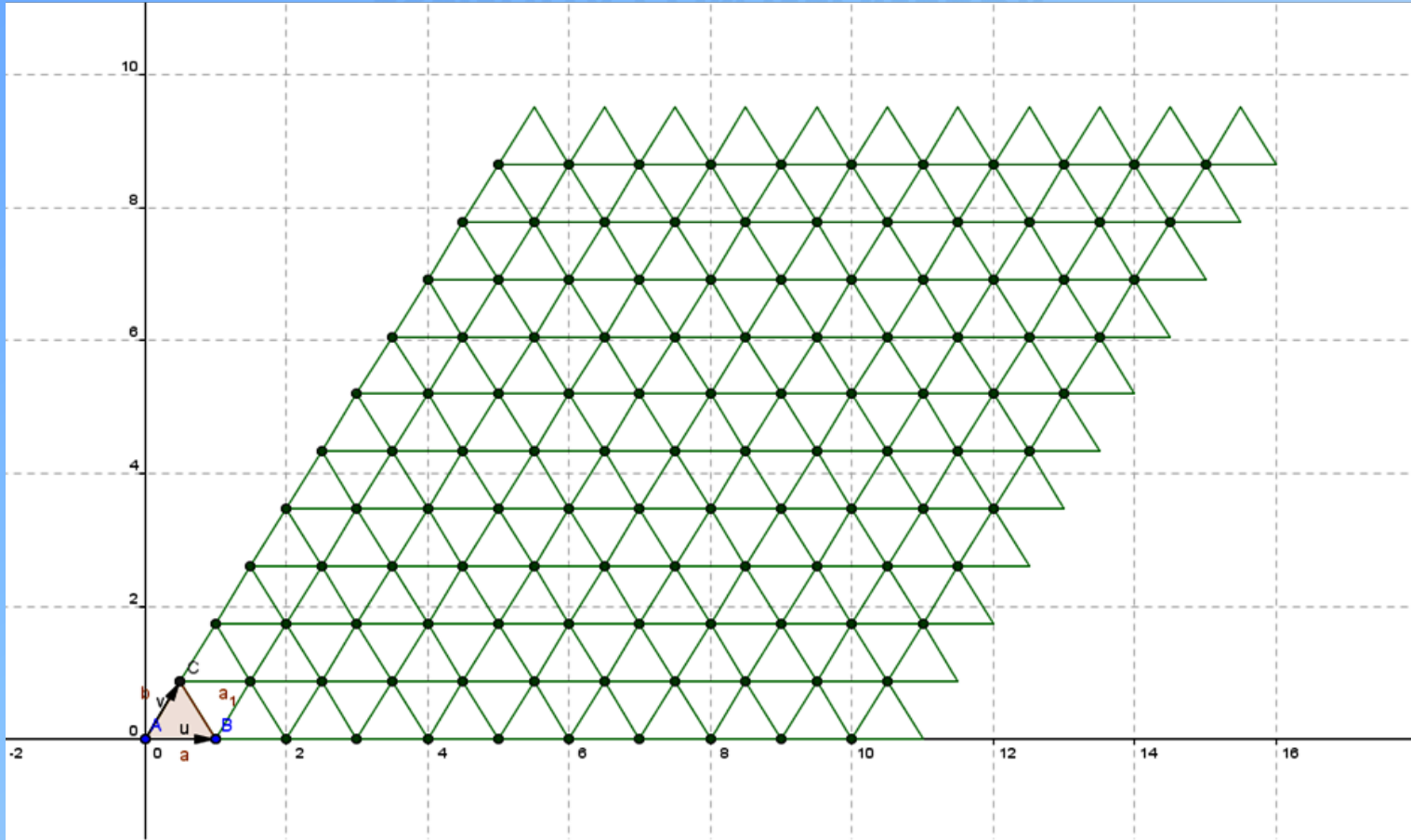
Dal punto di vista matematico, le tassellazioni del piano sono riferibili alle simmetrie di figure piane e a gruppi di isometrie piane.*

Le simmetrie di un oggetto geometrico formano sempre un gruppo. Ad esempio, le simmetrie di un poligono regolare formano un gruppo finito detto **gruppo diedrale** di ordine $2n$ in cui i poligoni regolari rimangono immutati a n lati.

I gruppi associati agli insiemi delle simmetrie delle tassellazioni sono 17.

***GRUPPO**: struttura algebrica formata da un insieme con un'operazione binaria che soddisfa i seguenti assiomi: la proprietà associativa, l'esistenza dell'elemento neutro e dell'inverso.

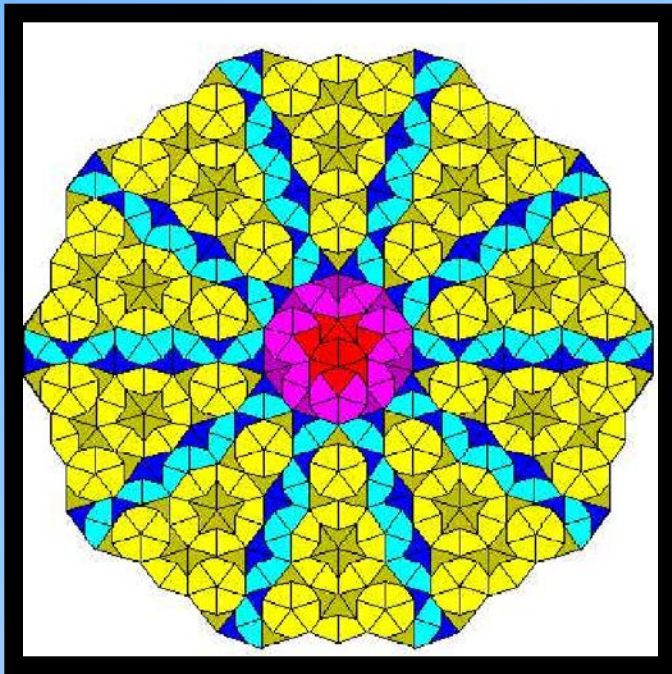
ESEMPIO DI UNA TASSELLAZIONE ESEGUITA CON GEOGEBRA



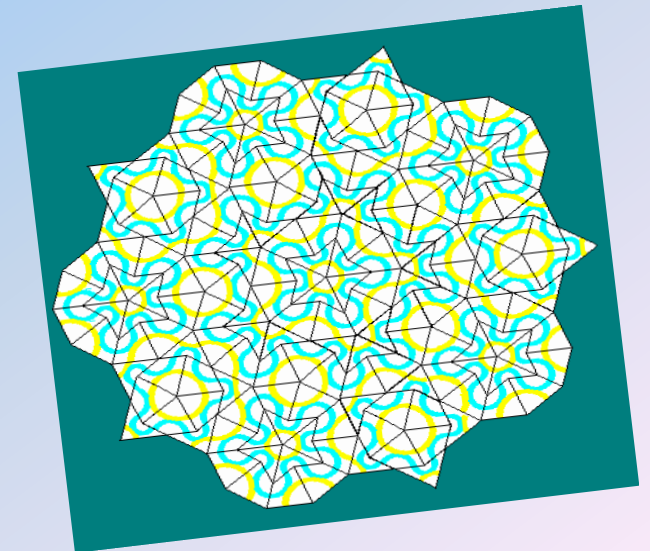
Tassellazioni non regolari

Composte da bande di lunghezza infinita una accanto all'altra ricoperte ognuna da una stessa tassellatura regolare ma disposte sfalsate tra di loro. Sono tassellazioni non regolari anche quelle “aperiodiche” (cioè senza simmetria). Un esempio è la famosa:

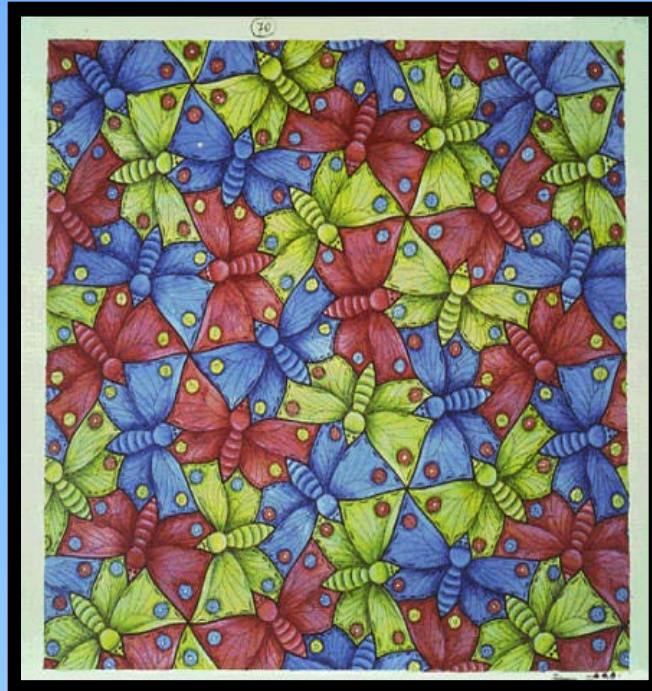
TASSELLAZIONE DI PENROSE



Le tassellazioni di Penrose non contengono simmetrie al loro interno.



TASSELLAZIONI DI ESCHER



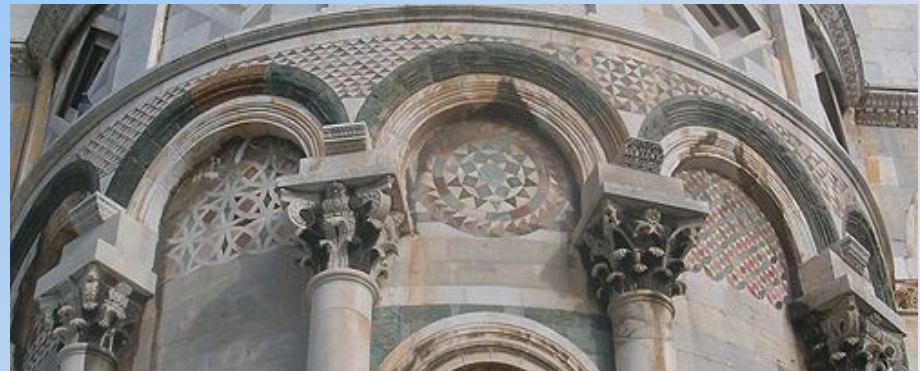
Escher rimase affascinato da ogni tipo di tassellazione, regolare ed irregolare, sperimentandole a volte anche contemporaneamente in quelle opere dette metamorfosi .In esse applicò riflessioni, traslazioni e rotazioni ad una grande varietà di figure che interagendo tra loro si liberavano abbandonando il piano di giacimento.Egli inoltre elaborò figure regolari distorcendole fino ad ottenere animali, uccelli e altre forme.

..Ed ecco alcuni esempi di tassellazioni nell'arte!

Le tassellature nell'arte figurativa, astratta e nell'architettura sono da sempre un modo di unire estetica, eleganza e semplicità. Esempi sono:



Tassellature a l'Alhambra



Tassellature nel Duomo di Pisa



GRAZIE PER L'ATTENZIONE